



ce
pre
UNI

Filosofía

TEMA

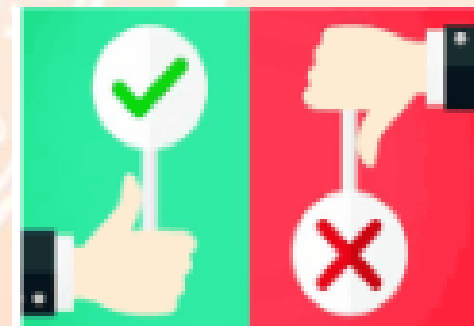
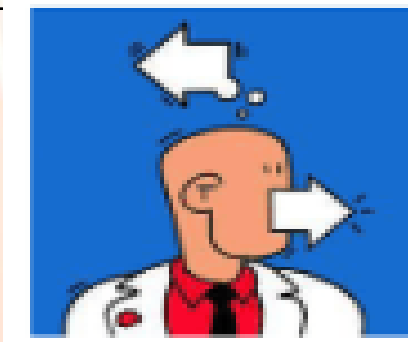
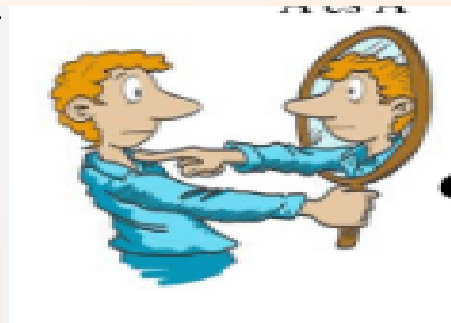
Lógica II. Principios lógicos.
Tautologías notables. Deducción
natural,

CICLO
PREUNIVERSITARIO
2024-I



PRINCIPIOS LÓGICOS CLÁSICOS

Principio de identidad (PI)	Principio de no-contradicción (PNC)	Principio de tercio excluido (PTE)
Si una proposición es verdadera entonces es verdadera.	Una proposición no puede ser verdadera y falsa a la vez.	Toda proposición es o verdadera o falsa.
$p \rightarrow p$		
Ejemplo: Si la manzana es roja entonces es roja.	Ejemplo: Es falso que la manzana sea y no sea roja.	Ejemplo: La manzana es roja o no lo es.



Cada principio lógico es equivalente entre sí. Así queda demostrado cuando se les aplican algunas equivalencias notables. Partamos del principio del tercio excluido, aunque podríamos partir de cualquier principio lógico.

Principio de tercio excluido: 1. $p \vee \neg p$
 2. $\neg p \vee p$ Def. Cond. (1)

Principio de identidad: 3. $p \vee p$ Trans. (2)
 4. $\neg p \vee p$ Conm. (1)

Principio de no contradicción: 5. $\neg (p \wedge \neg p)$ De M. (4)

Solución: Unimos con la condicional $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$ y construimos la tabla:

p	q	$p \wedge q$	$\Rightarrow$	$p \vee q$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	V	F



TAUTOLOGÍAS NOTABLES

Son las fórmulas lógicas que al ser sometidas a las tablas de verdad resultan ser tautológicas. Son de dos tipos: las equivalencias notables y las implicaciones notables.

EQUIVALENCIAS NOTABLES

Son reglas lógicas a través de las cuales se reemplaza una fórmula por otra. Estas tautologías se utilizan para reducir expresiones de un lenguaje formalizado a otro.

$$\begin{aligned} p \rightarrow (q \vee r) &\Leftrightarrow \neg p \vee (q \vee r) && \text{Equivalencia 1} \\ &\Leftrightarrow (\neg p \vee q) \vee r && \text{Asociativa} \\ &\Leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q) \vee r && \text{De Morgan} \\ &\Leftrightarrow (p \wedge \neg q) \rightarrow r && \text{Equiv. 1} \end{aligned}$$

EQUIVALENCIAS NOTABLES

Idempotencia (Idem)

$$(p \wedge p) \leftrightarrow p$$

$$(p \vee p) \leftrightarrow p$$

Conmutatividad (Conm)

$$(p \wedge q) \leftrightarrow (q \wedge p)$$

$$(p \vee q) \leftrightarrow (q \vee p)$$

Asociación (Asoc)

$$[p \wedge (q \wedge r)] \leftrightarrow [(p \wedge q) \wedge r]$$

$$[p \vee (q \vee r)] \leftrightarrow [(p \vee q) \vee r]$$

Distribución (Dist)

$$[p \wedge (q \vee r)] \leftrightarrow [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$$

$$[p \vee (q \wedge r)] \leftrightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$$

EQUIVALENCIAS NOTABLES

De Morgan (DM)

$$\sim(p \wedge q) \leftrightarrow (\sim p \vee \sim q)$$

$$\sim(p \vee q) \leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$$

Definición de condicional (Def. Cond)

$$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \vee q)$$

$$(p \rightarrow q) \leftrightarrow \sim(p \wedge \sim q)$$

Definición de bicondicional (Def. Bicond)

$$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$$

$$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow [(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)]$$

Transposición (Trans)

$$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$$

EQUIVALENCIAS NOTABLES

Absorción (Abs)

$$[p \wedge (p \vee q)] \leftrightarrow p$$

$$[p \vee (p \wedge q)] \leftrightarrow p$$

$$[(p \wedge (\sim p \vee q))] \leftrightarrow (p \wedge q)$$

$$[p \vee (\sim p \wedge q)] \leftrightarrow (p \vee q)$$

IMPLICACIONES NOTABLES

Las implicaciones son tautologías en el que las premisas implican a la conclusión. Es decir, el consecuente (conclusión) es derivado del antecedente (premisas) porque se encuentra contenido en este.

- He ido al cine o me he ido de compras $p \vee q$
- No he ido de compras $\neg q$
- Por tanto, he ido al cine p

$$\begin{array}{c} p \vee q \\ \neg q \\ \hline p \end{array}$$

IMPLICACIONES NOTABLES

Modus ponens (MP)

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \underline{p} \\ \therefore q \end{array}$$

Ejemplo:

Si corre entonces se cansa

Corre

Luego, se cansa

Modus tollens (MT)

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \underline{\sim q} \\ \therefore \sim p \end{array}$$

Ejemplo:

Si es político entonces tiene seguidores

No tiene seguidores

Por lo tanto, no es político

IMPLICACIONES NOTABLES

Silogismo Hipotético (SH)

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \underline{q \rightarrow r} \\ \therefore p \rightarrow r \end{array}$$

Ejemplo:

Si es futbolista entonces es deportista
Si es deportista entonces tiene buena salud
Por ende, si es futbolista, tiene buena salud

Silogismo Disyuntivo (SD)

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \underline{\sim p} \\ \therefore q \end{array}$$

Ejemplo:

Apolo es alemán o francés
No es alemán
De ahí que sea francés

IMPLICACIONES NOTABLES

Simplificación (Simp)

$$\frac{p \wedge q}{\therefore q}$$

Ejemplo:

Es animal y es ave
Por lo tanto, es ave

Adición (Ad)

$$\frac{p}{\therefore p \vee q}$$

Ejemplo:

Eres estudiante
Por ello, eres estudiante o trabajador

IMPLICACIONES NOTABLES

Adjunción o conjunción (Adj)

p

q

$\therefore p \wedge q$

Ejemplo:

Mario es físico

Mario es filósofo

Entonces, Mario es físico y filósofo

ARGUMENTO

El argumento es una secuencia de proposiciones, una o unas funcionan como premisas y otra funciona como conclusión, de tal modo que la conclusión se sustenta necesariamente de las premisas.

Ejemplo

P1. Si Alberto no es bígamo y está casado, tiene una sola esposa

PREMISA

P2. Pero Alberto contraerá matrimonio en agosto con Ana.

PREMISA

P3. Si Alberto contrae matrimonio con Ana, no tendrá una sola esposa.

PREMISA

P4. Además, Alberto está casado.

PREMISA

Por lo tanto, Alberto es bígamo.

CONCLUSIÓN

SIMBOLIZACIÓN DE ARGUMENTO

P1. $(\sim p \wedge q) \rightarrow r$

P2. s

P3. $(s \rightarrow \sim r)$

P4. $q \therefore p$

P5. $\sim r$

P6. $\sim(\sim p \wedge q)$

P7. $p \vee \sim q$

P8. p

p : Alberto es bigamo

q : Alberto está casado

r : Tiene una sola esposa

s : Contraerá matrimonio en agosto

M.P.(2,3)

M.T.(1,5)

De M (6)

SD. (7,4)

DEDUCCIÓN NATURAL

El método de la deducción natural (MDN) es una prueba formal empleada para determinar la validez de un argumento. Esta prueba está constituida por una sucesión de enunciados de los cuales algunos son premisas del argumento a ser validado, y otros son incorporados en el curso de la prueba luego de ser deducidos a través de la aplicación de reglas lógicas.

Dada una inferencia cualquiera, el proceso derivativo consta de los siguientes pasos:

Paso 1. Se asigna a cada proposición atómica una variable.

Paso 2. Se simbolizan las premisas y la conclusión, disponiendo aquéllas en forma vertical y escribiendo la conclusión a continuación de la última premisa, en el mismo renglón.

Paso 3. Se procede a ejecutar las derivaciones tomando como punto de partida cualquiera de las premisas, indicando a la derecha, de que premisas y mediante que regla se obtuvo la nueva expresión.

EJEMPLO DE DEDUCCIÓN NATURAL

1. $(A \vee B) \rightarrow C$
2. $(C \vee B) \rightarrow [A \rightarrow (B \leftrightarrow \sim C)]$
3. $A \wedge D$ $\therefore B \rightarrow \sim C$
4. A Simp. (3)
5. $A \vee B$ Ad. (4)
6. C M.P. (1,5)
7. $C \vee B$ Ad. (6)
8. $A \rightarrow (B \leftrightarrow \sim C)$ M.P. (2,7)
9. $B \leftrightarrow \sim C$ M.P. (4,8)
10. $(B \rightarrow \sim C) \wedge (\sim C \rightarrow B)$ Def. Bicond (9)
11. $B \rightarrow \sim C$ Simp. (10)